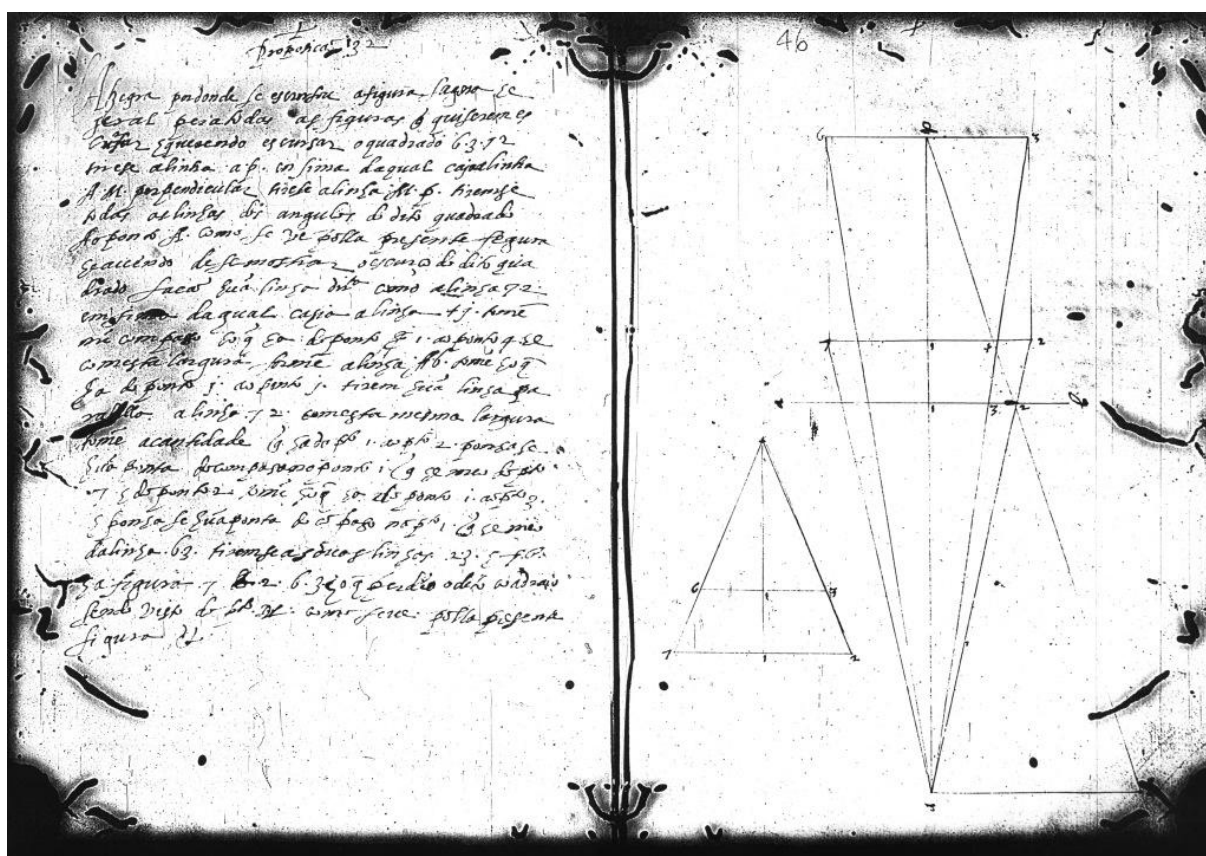


## Uma “regra de perspectiva” inédita

A proposição 32 do “Livro de Perspectiva” do *Tratado de Architectura* de António Rodrigues<sup>1</sup>, de 1576<sup>2</sup>, descreve o conjunto de procedimentos a seguir para se obter a perspectiva de um quadrado, cujos vértices se identificam com os números 6, 3, 7 e 2.

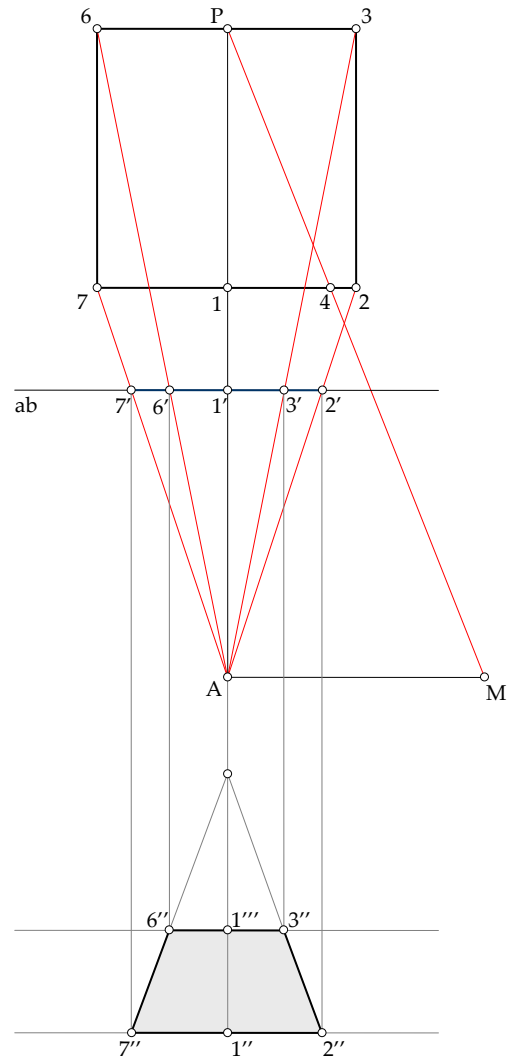


1 – Proposição 32 do “Livro de Perspectiva” (BN, Cód. 3675, fol. 45v e fol. 46r)

Acompanhem os, atualizando a transcrição do texto e do desenho original, e isolando cada um dos passos da construção:

E querendo “escursar” o quadrado **6.3.7.2**,

- 1) tire-se a linha **A.P**
- 2) em cima da qual caia a linha **A.M** perpendicular,
- 3) tire-se a linha **M.P**,
- 4) tirem-se todas as linhas dos ângulos (vértices) do dito quadrado ao ponto **A**,
- 5) e havendo de se mostrar o “escorço” do dito quadrado façam uma linha direita (recta) como a linha **7''.2''** em cima da qual caia a linha **1''.1'''**,
- 6) tomem num compasso o que há do ponto **1** ao ponto **4**
- 7) e com esta largura formem a linha **ab**
- 8) tomem o que há do ponto **1** ao ponto **1'** tirem uma linha paralela à linha **7''.2''**, com esta mesma largura
- 9) tomem a quantidade que há do  $p^{to} 1'$  ao  $p^{to} 2'$ ,  
ponha-se uma ponta do compasso no  $p^{to} 1''$  que é meio do  $p^{to} 7''$  e do  $p^{to} 2''$
- 10) tomem o que há do  $p^{to} 1'$  ao  $p^{to} 3'$   
e ponha-se uma ponta do compasso no  $p^{to} 1'''$  que é meio da linha **6''.3''**
- 11) tirem-se as duas linhas **2''.3''** e **7''.6''**
- 12) A figura **7''.2''.6''.3''** é o que perdeu o dito quadrado sendo visto do  $p^{to} A$  como se vê pela presente figura.



2 – desenho actualizado da proposição 32

Como a “regra” em causa, a primeira das duas apresentadas no “Liuro de Prespectiua”<sup>3</sup>, é susceptível de nos causar alguma estranheza, vale a pena analisar, em pormenor, cada um dos passos identificados...

*1) tire-se a linha **A.P***

**A** é o pé do Observador<sup>4</sup> e, por conseguinte, parece estar definida a relação do Observador com o quadrado: posição e distância recíprocas. Parece estar, digo, porque na realidade não está como adiante teremos ocasião de comprovar.

De acordo com as definições iniciais do “Livro de Perspectiva”, a linha **A.P** é a “linha cêntrica”. Como a referida linha passa por **P**, ponto médio do lado **6.3**, é seguro afirmar que o quadrado se apresenta simetricamente em relação ao Observador.

*2) em cima da qual caia a linha **A.M** perpendicular*

Esta operação corresponde, em linguagem actual, ao rebatimento do Plano Visual Principal sobre o Plano de Terra. Mas também se pode dizer, aproximando-nos mais do que seria a linguagem da época, que passámos a ter o perfil sobreposto à planta. Nesta projecção ortogonal de perfil a linha **A.P** representa o Plano de Terra e a linha **A.M** (que nela cai na perpendicular) representa o Plano Neutro. **M** é o Olho<sup>5</sup>. A medida de **A.M** é a altura a que se encontra o Olho ou a altura do Observador. O segmento **1.P** representa o quadrado visto de perfil. Como coincide com a linha **A.P** podemos afiançar que a figura está contida no Plano de Terra.

*3) tire-se a linha **M.P***

A linha **M.P** é um raio visual traçado no perfil. Corresponde à “linha de distância”, de acordo com a definição de Rodrigues.

Trata-se de uma definição peculiar, que procura relacionar o Observador com o Objecto, completamente estranha ao conceito de distância conforme a definição original de Alberti para a qual o que conta é a distância do Observador ao Quadro. Definição esta que prevaleceu.

Note-se que até ao momento o Plano do Quadro ainda não foi mencionado. Nem será.

*4) tirem-se todas as linhas dos ângulos (vértices) do dito quadrado ao ponto **A***

Trata-se do traçado da projecção horizontal dos raios visuais que unem o pé do Observador a cada um dos vértices do quadrado: **A.7**, **A.6**, **A.3** e **A.2**.

- 5) *e havendo de se mostrar o “escorço” do dito quadrado façam uma linha direita (recta) como a linha **7”.2”** em cima da qual caia a linha **1”.1”**.*

Passámos, neste momento, para a perspectiva propriamente dita com o pedido de traçar duas linhas perpendiculares entre si: a linha **7”.2”** e a linha **1”.1”**. Em linguagem actual diríamos que o pedido se refere ao traçado da Linha de Terra (LT) e da Linha Principal (LP).

Optei por fazer coincidir o traço do Plano Visual Principal no Plano de Terra (a “linha cêntrica”) com a Linha Principal fazendo, no fundo, o desdobramento da Linha de Terra. No original, a perspectiva do quadrado está situada no quadrante inferior esquerdo do fólio.

- 6) *tomem num compasso o que há do ponto **1** ao ponto **4***

Voltámos ao perfil. O ponto **4** é a intersecção do raio visual **M.P** com a linha coincidente com a projecção horizontal do lado **7.2** do quadrado. Embora o Autor não o indique sabemos que essa linha corresponde à posição do Quadro no perfil e, por conseguinte, o ponto **4** será o traço do raio visual **M.P** no Quadro. Como o ponto **1** é a projecção do lado **7.2** visto de perfil e o ponto **P** do lado **6.3**, o segmento **1.4** será, adaptando a linguagem de Rodrigues, o *que perdeu a figura vendo-se do ponto **A***. Na verdade não é de **A** que a figura é vista mas sim de **M**, que é o Olho, mas é evidente que é isso que se quer referir.

- 7) *com esta largura formem a linha **ab***

Limitemo-nos a seguir as instruções e tracemos, na planta, uma linha **ab** paralela ao lado **7.2** do quadrado à distância correspondente à medida **1.4**. Ou seja, em planta, **1.4** será igual a **1.1’**.

É evidente que o fazemos com alguma perplexidade pois não conseguimos descortinar de imediato qual poderá ser o serviço que a referida linha nos poderá prestar...

8) *tomem o que há do ponto 1 ao ponto 1'*

O que há do ponto 1 ao ponto 1', a distância do lado 7.2 à linha **ab**, sabemos nós que é também a distância que no perfil vai do ponto 1 ao ponto 4, ou seja, aquilo que a figura “perdeu” vista de **M**.

*tirem uma linha paralela à linha 7''.2'', com esta mesma largura*

Perfeito. Voltámos à perspectiva e aí, com esta mesma medida, tracemos uma paralela à linha 7''.2''. Designemo-la por linha 6''.3'' já que será sobre essa linha que se irá situar, garantidamente, a perspectiva do lado 6.3 do quadrado.

9) *tomem a quantidade que há do p<sup>to</sup> 1' ao p<sup>to</sup> 2',*

Ficamos agora a perceber o que é, e para que serve a linha **ab**. Representa o Quadro em projecção horizontal e, por conseguinte, a medida 1'.2' sobre **ab** é a projecção da medida 1.2 correspondente a metade do lado 7.2 do quadrado representado em projecção horizontal.

Não se descortina, para já, o motivo que levou o Autor a pedir para colocarmos a linha **ab** à distância 1.4 do lado 7.2 do quadrado<sup>6</sup>...

*ponha-se uma ponta do compasso no p<sup>to</sup> 1'' que é meio do p<sup>to</sup> 7'' e do p<sup>to</sup> 2''*

Voltámos de novo à perspectiva. Com a medida 1'.2' tomada anteriormente, colocando a ponta do compasso no ponto 1'', médio de 7''.2'', poderemos localizar o ponto 7'' e o ponto 2'' e assim definir a perspectiva do lado 7.2.

Confirma-se que a linha **ab** é efectivamente a representação do Quadro em projecção horizontal, ou seja, LT.

10) *tomem o que há do p<sup>to</sup> 1' ao p 3'*

Novamente na linha **ab**... o segmento 1'.3' sobre esta linha é a projecção de **P.3** metade do lado 6.3 do quadrado que se encontra mais distante.

*e ponha-se uma ponta do compasso no p<sup>to</sup> 1''' que é meio da linha 6''.3''*

De regresso à perspectiva para se definir o lado 6.3: com centro no ponto 1''' e raio igual a 1'.3', medida tomada sobre **ab**, localizamos o vértice 6'' e o 3''.

Desconcertante!...

**O Quadro não tem no perfil a mesma posição que apresenta em planta!**

Lembro que no perfil passava pelo ponto **1**, intersecção de **A.P** com **7.2**; em planta é a linha **ab**.

Pergunta-se: será que isto pode ser?...

Adianto que a resposta é positiva e será isso que me proponho demonstrar a seguir. Mas, para já, confiando na possibilidade do traçado, passemos à etapa seguinte...

*11) tirem-se as duas linhas **2".3"** e **7".6"***

Para concluir o “escorço” do quadrado basta traçar os lados **2".3"** e **7".6"**.

*12) A figura **7".2".6".3"** é o que perdeu o dito quadrado sendo visto do p<sup>to</sup> **A** como se vê pela presente figura.*

Note-se que o lado **7".6"** e o lado **2".3"** são prolongados intersectando-se, naturalmente, no Ponto Principal – ponto de fuga das rectas de topo (ou ortogonais ao Quadro). No entanto, de acordo com a descrição, depreende-se que este ponto não foi utilizado na construção.

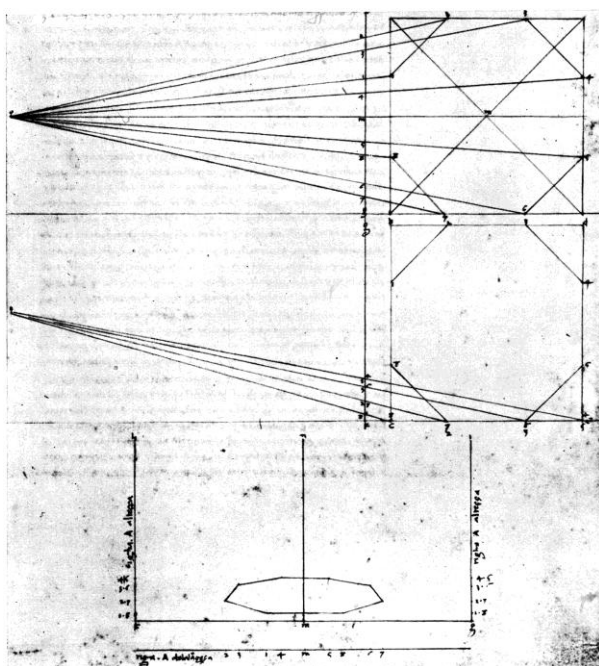
Nem sequer se faz referência ao prolongamento dos lados do quadrado. No entanto, em desenho isso foi feito e poderá dever-se a uma certificação do rigor do traçado. Ademais, a distância do ponto **1**, médio de **7.2**, a este ponto, teria de ser igual à medida **A.M**, correspondente à altura do Plano do Horizonte. E, de facto, é. Verifique-se o original [fig. 1]. Isso constitui uma prova irrefutável de que o desenho é preciso.

Acompanhada que foi, a par e passo, a descrição constante na proposição 32 para se *escursar* um quadrado ficaram, como assinalei, duas importantes questões por esclarecer:

- o condicionamento na colocação da linha **ab** (representativa do Quadro em planta) indicado no 7º passo da construção;
- o posicionamento distinto do plano do Quadro em planta e no perfil.

Abordarei, seguidamente, esta última questão, sem dúvida a mais essencial, porque sem a certificação da possibilidade de operar com uma posição variável do Quadro na projecção horizontal e na projecção de perfil não é possível validar a regra de Rodrigues.

Não há dúvida de que, à semelhança da *costruzione legittima*<sup>7</sup>, o caminho para a obtenção da perspectiva por via da sua regra é feito *con la pianta e profilo e per via della interseghazione*<sup>8</sup> [fig. 3].



3 – Perspectiva de um octógono regular segundo a “*costruzione legittima*”.  
Piero della Francesca, *De Prospectiva Pingendi*, c. 1460, Teorema XLVI

Só que o desencontro do posicionamento do Quadro em ambas as projecções é um claro desvio em relação à essência desta verdadeira regra. Com efeito, deixa de ser possível a articulação das duas projecções ortogonais e, naturalmente, os raios visuais representados em projecção horizontal não se correspondem com os da projecção de perfil e reciprocamente. Mas o que é notável é que apesar de não estarmos em presença de uma dupla projecção ortogonal sistematizada, a construção perspéctica exposta não deixa de ser válida, já que as distâncias horizontais que se vão buscar à linha que representa o Quadro na respectiva projecção são passíveis de ser combinadas com as distâncias verticais que se vão colher na linha que o representa de perfil, como veremos.

Não se estranha, por isso, que os “escorços” obtidos por esta regra, presentes no *Tratado*, tenham verosimilhança, apesar do processo poder ser considerado pouco canónico se comparado com a construção clássica, a dita *costruzione legittima*.

E como não haveriam de ter se estão correctos!?

Sempre utilizando como referência a figura da proposição 32, generalizável a outros polígonos, verifiquemos então se é ou não possível fazer a sua restituição perspectica, ou seja, comprovar se o seu “escorço” corresponde ou não a um quadrado.

Note-se que no novo desenho que agora apresento actualizei por completo a linguagem e a nomenclatura tendo atribuído outras designações aos elementos geométricos em presença [fig. 4]. Tive igualmente o cuidado de fazer uma translação lateral da projecção de perfil para clarificação da leitura mas deixei-a, também, sobreposta à projecção horizontal tal como acontece no desenho de Rodrigues.

Primeiramente, confirma-se o que o Autor já tinha verificado: os lados ortogonais do quadrado convergem para o Ponto Principal (PP). Referi há pouco que isso se poderia dever a uma certificação do rigor do traçado. E poderá. Mas também pode ser um gesto que visa demonstrar a correcção da construção perspectica em si mesma.

Determinado o PP pode traçar-se a Linha do Horizonte (LH) e, se a figura é um quadrado, uma das suas diagonais cruzará LH num Ponto de Distância (PD). A distância do PD ao PP dá-nos a distância do Observador ao Quadro que na planta confirmamos ser igual à medida do segmento **PF** e, por conseguinte, ficamos a conhecer com segurança a posição exacta do plano do Quadro. Também se confirma no perfil a altura do “horizonte”: a distância de LH a LT é a medida do segmento **OP**.

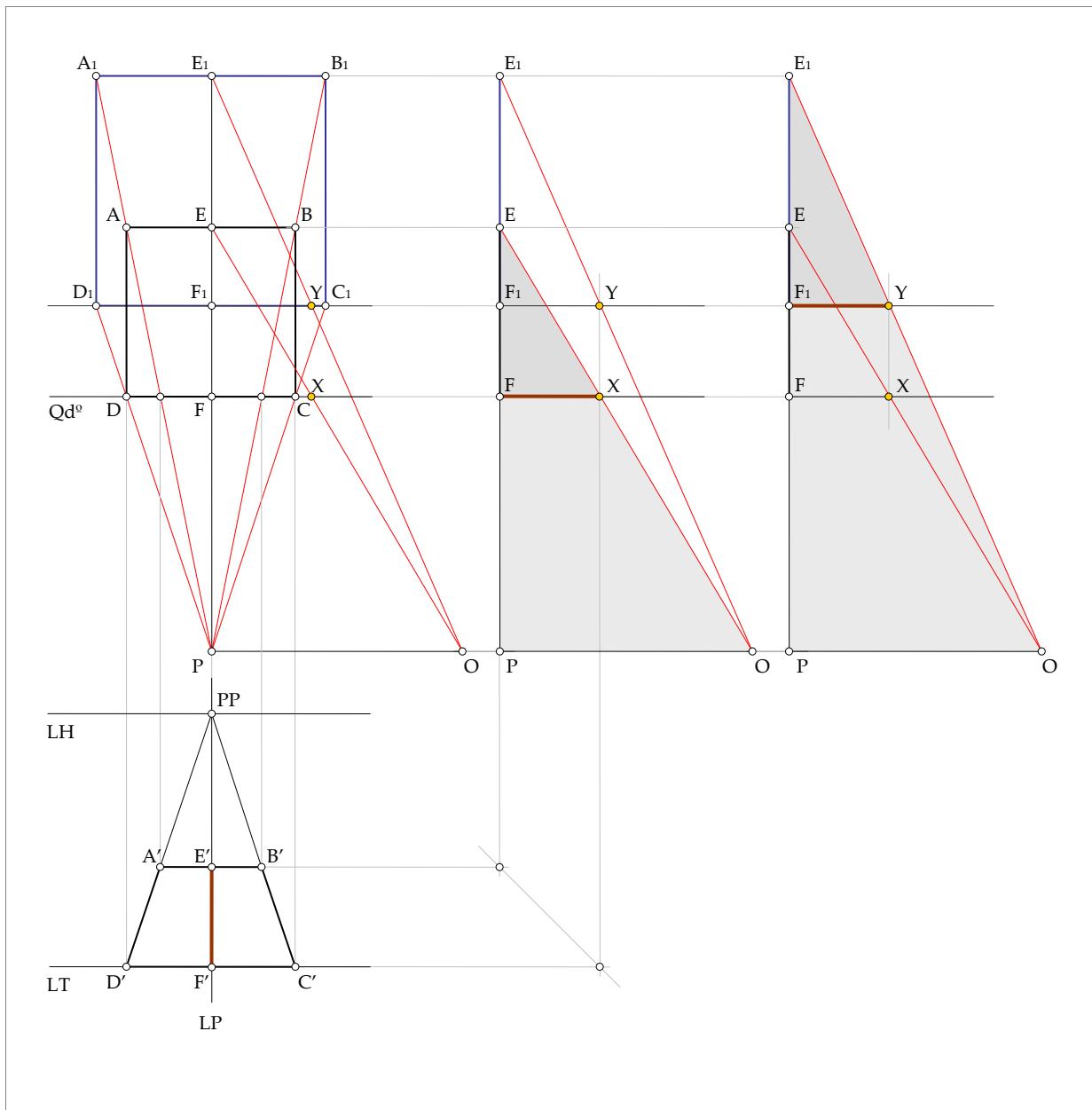




afastamento das transversais paralelas ao Quadro, obtida na projecção de perfil, é sempre constante seja qual for a localização do quadrado efectivamente representado em planta.

Vejamos, então, se estamos perante um teorema, ou seja, tentemos por fim certificar a universalidade da regra.

Utilizarei agora, para o efeito, um desenho com um duplo desdobramento da projecção de perfil para destacar os dois pares de triângulos semelhantes a que recorrerei no curso da demonstração [fig. 5].



5 – Da semelhança dos triângulos  $PEO$  e  $FEX$  e dos triângulos  $PE_1O$  e  $F_1E_1Y$  conclui-se que:  $FX = F_1Y = F'E'$

No caso vertente teremos então de demonstrar que, para qualquer posição do quadrado  $A_1B_1C_1D_1$ , homotético de  $ABCD$  na homotetia de centro  $P$ , o segmento  $FX$  será sempre igual ao segmento  $F_1Y$ .

Recorrendo ao Teorema de Thales podemos afirmar que o triângulo  $PEO$  é semelhante ao triângulo  $FEX$ , pelo que:

$$(1) \quad \frac{PE}{PO} = \frac{FE}{FX}$$

Por outro lado, o triângulo  $PE_1O$  é semelhante ao triângulo  $F_1E_1Y$ , donde:

$$(2) \quad \frac{PE_1}{PO} = \frac{F_1E_1}{F_1Y}$$

Destas duas relações proporcionais podemos extrair a seguinte igualdade:

$$(3) \quad PO = \frac{PE}{FE} \cdot FX = \frac{PE_1}{F_1E_1} \cdot F_1Y$$

Como, pela relação de homotetia de centro  $P$ ,

$$(4) \quad \frac{PE}{FE} = \frac{PE_1}{F_1E_1}$$

conclui-se a partir da expressão (3) que,

- $FX = F_1Y$

...QED

E assim se confirmou a validade da 1ª regra de perspectiva de António Rodrigues, na verdade uma regra inédita, algo bizarra, mas, ainda assim, justa!

## Notas:

- 
- <sup>1</sup> *Tratado de Architectura*. [Manuscrito]. BN, Cód. 3675 (microfilme F-603).
- <sup>2</sup> A datação e atribuição do *Tratado* deve-se a Rafael Moreira. MOREIRA, Rafael – *Um tratado português de architectura do séc. XVI (1576-79)*. Lisboa: FCSH-UNL, 1982. Mestrado em História de Arte.
- <sup>3</sup> Para uma análise extensiva do “Liuro de Prespectiua” de António Rodrigues ver: XAVIER, João Pedro – *Sobre as origens da perspectiva em Portugal. O Liuro de Prespectiua do Códice 3675 da Biblioteca Nacional, um Tratado de Architectura do século XVI*. Porto: FAUP Publicações, 2006.
- <sup>4</sup> Segundo a tradição italiana este ponto designava-se por **P** de *Piedi*.
- <sup>5</sup> Em italiano a letra reservada para nomear este ponto era o **O** de *Occhio*.
- <sup>6</sup> Ver acima: passo 7) da construção.
- <sup>7</sup> A primeira utilização explícita da *costruzione legittima* encontra-se no *De Prospectiva Pingendi*, c. 1460 (DELLA FRANCESCA, Piero – *De Prospectiva Pingendi*. Org. por G. Nicco-Fasola. Florença: Casa Editrice Le Lettere, 1984 [1ª Ed. in LIBRI, Guglielmo – *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie*. Paris: s/e, 1841; Reprodução anastática da edição Sansoni de 1942]). É, porém, verosímil que esta construção, que depende da realização prévia de desenhos de extracção arquitectónica, como são a planta e o perfil, tenha sido utilizada anteriormente por Filippo Brunelleschi.
- <sup>8</sup> VASARI, Giorgio – *Le vite de' eccellenti pittori, scultori ed architetti scritte da Giorgio Vasari, pittore Aretino*. Ed. P. Barocchi. Florence: 1966, vol. 1, p. 279.